

南京航空航天大学

2013 年硕士研究生入学考试初试试题 (A 卷)

科目代码: 618

科目名称: 量子力学

满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、简答题 (本题 30 分, 每小题 15 分)

- ① 如果波函数 ψ 不是力学量 \hat{F} 的本征态, 那么在态 ψ 中测量 \hat{F} 会发生什么情况?
- ② 什么是定态? 它有何特性?

二、 $\hat{A} = (\hat{A}_x, \hat{A}_y, \hat{A}_z)$ 、 $\hat{B} = (\hat{B}_x, \hat{B}_y, \hat{B}_z)$ 是与泡利算符 $\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$ 对易的任意矢量算符, 证明 $(\hat{A} \cdot \hat{\sigma})(\hat{B} \cdot \hat{\sigma}) = \hat{A} \cdot \hat{B} + i\hat{\sigma}(\hat{A} \times \hat{B})$ 。(本题 30 分)

三、质量为 m 的一维体系哈密顿量为 $H = \frac{p^2}{2m} + V(x)$, 其中 $V(x) = V_0 x^{2n}$, $V_0 > 0$ 是常数、 n 为自然数。设 $\psi_n(x)$ 为 H 的本征函数:

- ① 证明动量算符在 $\psi_n(x)$ 态中的平均值为零;
- ② 求在态 $\psi_n(x)$ 中动能平均值和势能平均值之间的关系。(本题 30 分, 每小题 15 分)

四、二维谐振子哈密顿量为 $H_0 = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2) + \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2)$, 其中 m 为质量, ω 为圆频率。现该谐振子受到一外势 $V(x,y) = \lambda m\omega^2 xy$ 作用, 其中 $0 < \lambda \ll 1$ 是无量纲的常数, 试求解该体系的基态能量与波函数。(若采用微扰论求解, 能量、波函数分别要求精确到二级、一级微扰。)(本题 30 分)

五、在 $t=0$ 时, 氢原子的波函数 $\Psi(\mathbf{r}, 0) = \frac{1}{\sqrt{10}}[2\psi_{100} + \psi_{210} + \sqrt{2}\psi_{211} + \sqrt{3}\psi_{21-1}]$ 式中波函数的下标分别为量子数 n, l, m 的值, 忽略自旋和辐射跃迁。(本题 30 分, 每小题 15 分)

- ① 该体系的能量期待值是多少?
- ② 在 t 时刻体系处在 $l=1, m=1$ 态的几率是多少?