

# 南京航空航天大学

## 2015 年硕士研究生入学考试初试试题 ( A 卷 )

科目代码: 618

满分: 150 分

科目名称: 量子力学

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

### 一、简答题(20 分, 每题 10 分)

①证明: 薛定谔方程中如果  $V(x)$  是偶函数, 即  $V(-x)=V(x)$ , 那么波函数  $\psi(x)$  总可以取作偶函数或奇函数。

②经典物理中一个矢量  $\vec{r}$  与自身的矢量积(叉乘)恒为零  $\vec{r} \times \vec{r} = 0$ , 对于量子力学中矢量算符这一结论仍然普遍成立吗? 试举例说明。

二、如果算符  $\hat{P}$  满足等幂性, 即  $\hat{P}^2 = \hat{P}$ , 那么我们称为  $\hat{P}$  投影算符, 试证明两投影算符  $\hat{P}_1$ 、 $\hat{P}_2$  之和  $\hat{P}_1 + \hat{P}_2$  也为为投影算符的重要条件为这两个投影算符对易  $[\hat{P}_1, \hat{P}_2] = 0$ 。(20 分)

三、质量为  $m$  的粒子在一维无限深方势阱  $V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a \\ \infty, & \text{others} \end{cases}$  中运动,

①若已知  $t=0$  时, 该粒子状态为  $\psi(x,0) = \sqrt{\frac{1}{a}} \left( 1 + \cos \frac{\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi x}{a}$ , 求  $t>0$  时刻该粒子的波函数;

②求  $t>0$  时刻测量到粒子的能量为  $\frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{2ma^2}$  的几率是多少?

③求  $t>0$  时刻粒子的平均能量  $\bar{E}$  和平均位置  $\bar{x}$ 。(30 分)

四、质量为  $m$ 、电荷为  $q$  的粒子在三维各向同性谐振子势  $V(r) = m\omega^2(x^2 + y^2 + z^2)/2$  中运动，同时受到一个沿  $x$  方向的均匀常电场  $\mathbf{E} = E_0 \mathbf{x}$  作用。求粒子的能量本征值和第一激发态的简并度。此时轨道角动量是否守恒？如回答是，则请写出此守恒力学量的表达式。(30分)

五、设氢原子处于状态  $\Psi(r, \theta, \varphi, s_z) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} R_{21}(r)Y_{11}(\theta, \varphi) \\ -\sqrt{3}R_{21}(r)Y_{10}(\theta, \varphi) \end{pmatrix}$

①求轨道角动量  $z$  分量  $\hat{L}_z$  和自旋角动量  $z$  分量  $\sigma_z$  的平均值；

②求总磁矩  $\hat{M} = -\frac{e}{2\mu} \hat{L} - \frac{e}{\mu} \hat{S}$  的  $z$  分量的平均值。(20分)

六、一个二能级系统，哈密顿量为  $\hat{H}$ ，能级大小间隔为  $E_0$ ，现在此系统受到一个微扰  $\hat{H}'$ 。在  $\hat{H}$  表象中， $\hat{H}'$  的表示为  $H' = \lambda(\sigma_x + \sigma_y)$ ，其中  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$  是泡利矩阵， $\lambda$  为实数。请算出系统受微扰后的能级间隔(精确到二级微扰修正)。(30分)